

Zadanie teoretyczne  
z VI Olimpiady Fizycznej

W treści zadania<sup>1)</sup> występujące dane wyraziłem w jednostkach układu SI.

Powłoka balonu ważąca  $P_p = 981\text{N}$  zawiera  $1000\text{ m}^3$  w temperaturze  $293\text{K}$  znajdującego się pod ciśnieniem  $9,86 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ . Gondola o ciężarze  $P_g = 3924\text{ N}$  zawieszona jest na pionowo zwisających linach. Jaka siła napinająca działa na te liny w chwili startu?

W rozwiązaniu zadania Autor przyjął, że temperatura jak i ciśnienie powietrza atmosferycznego są równe temperaturze i ciśnieniu wodoru w balonie.

Sposób obliczenia przyspieszenia  $a$  podany w rozwiązaniu jest błędny (J. Ostrowski, *Olimpiady Fizyczne V i VI*, str. 115, wzór 3).

II zasada dynamiki dla ruchu balonu ma postać

$$M a = F_w \quad (1)$$

gdzie:

$a$  - przyspieszenie balonu w chwili startu,

$M$  - masa balonu,

$F_w$  - siła nośna .

$$M = \frac{Q}{g}$$

gdzie  $Q$  jest ciężarem balonu

zatem

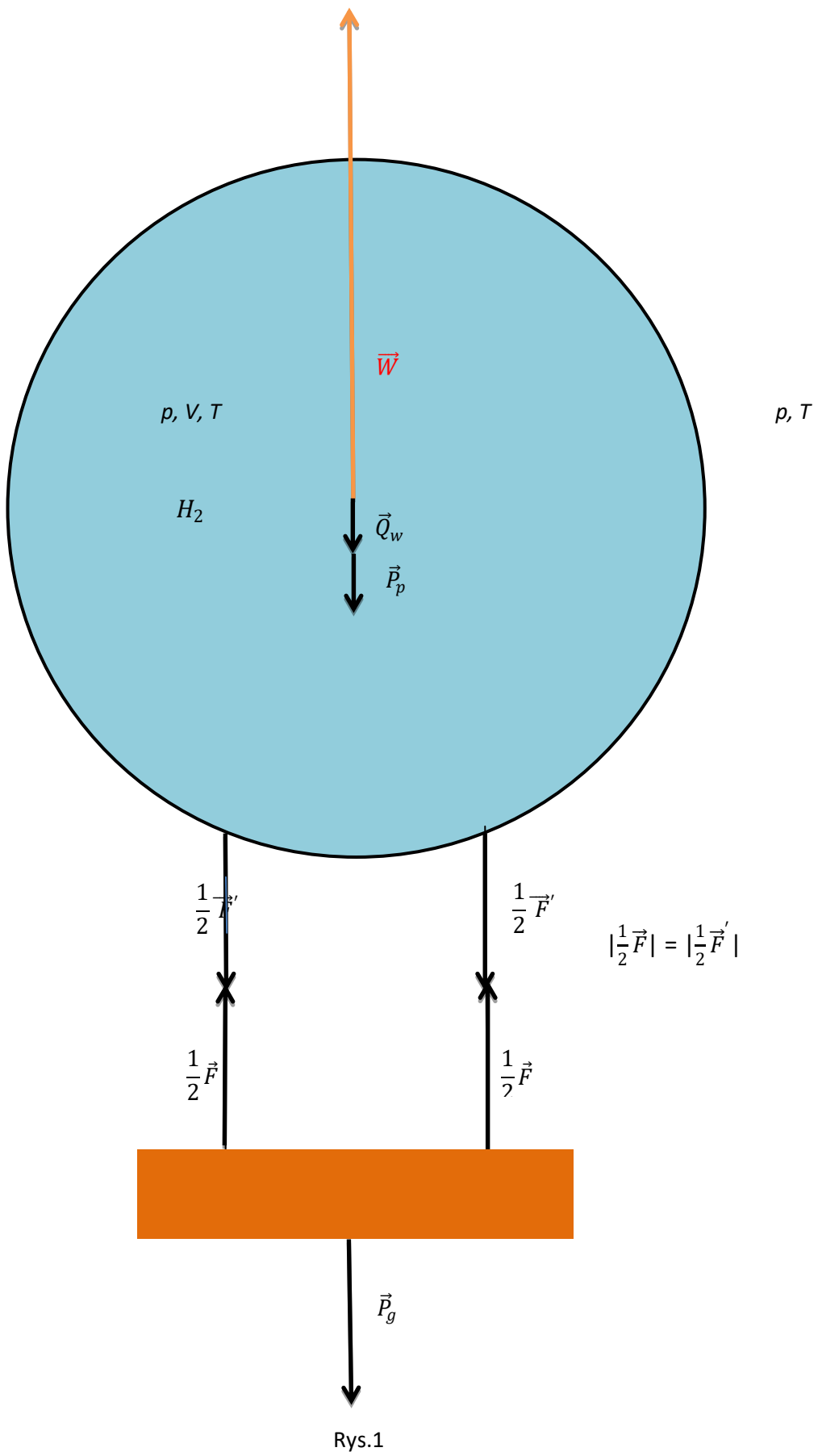
$$\frac{Q}{g} a = F_w$$

a stąd

$$a = \frac{F_w}{Q} g \quad (2)$$

Ciężar balonu  $Q$  jest równy sumie ciężarów wodoru  $Q_w$ , powłoki  $P_p$  i gondoli  $P_g$ .

$$Q = Q_w + P_p + P_g \quad (3)$$



Siła nośna  $F_w$  jest równa różnicy siły wyporu  $W$  i ciężarowi balonu  $Q$ .

$$F_w = W - Q \quad (4)$$

Ponieważ

$$W = Q_p$$

gdzie

$Q_p$  – ciężar wypartego powietrza

więc

$$F_w = Q_p - Q \quad (5)$$

Wstawiając (5) do (2) mamy

$$a = \left( \frac{Q_p}{Q} - 1 \right) g \quad (6)$$

Równanie ruchu gondoli o masie  $m_g$  ma postać

$$m_g a = F - P_g \quad (7)$$

gdzie

$F$  – siła napinająca liny w chwili startu

stąd

$$F = P_g + m_g a \quad (8)$$

ale

$$m_g = \frac{P_g}{g}$$

zatem

$$F = P_g \left( 1 + \frac{a}{g} \right) \quad (9)$$

Podstawiając (6) a następnie (3) do (9) otrzymujemy

$$F = \frac{P_g Q_p}{Q_w + P_p + P_g} \quad (10)$$

Do obliczenia siły  $F$  konieczna jest jeszcze znajomość sił  $Q_p$  i  $Q_w$ . Masę wodoru w balonie  $m_w$  jak i wypartego powietrza  $m_p$  obliczamy z równania Clapeyrona

$$p V = \frac{m}{\mu} R T \quad (11)$$

gdzie :

$p$  – ciśnienie,

$V$  – objętość,

$m$  – masa,

$T$  – temperatura bezwzględna,

$R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  - stała gazowa,

$\mu$  - masamolowa gazu.

$$\mu_w (H_2) = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$\mu_p (\text{powietrze}) = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

Z(11) dostajemy

$$m_p = \frac{p V \mu_p}{R T}$$

oraz

$$m_w = \frac{p V \mu_w}{R T}$$

zatem

$$Q_p = \frac{p V \mu_p}{R T} g \quad (12)$$

$$Q_w = \frac{p V \mu_w}{R T} g \quad (13)$$

Wstawiając (12),(13) do (10) mamy

$$F = \frac{P_g \frac{p V \mu_p}{R T} g}{\frac{p V \mu_w}{R T} g + P_p + P_g} \quad (14)$$

Podstawiając dane do (14) obliczamy wartość siły  $F$ .

$$F = \frac{3924 N \cdot \frac{9,86 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2} \cdot 10^3 m^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}}{8,31 \text{ J mol}^{-1} K^{-1} \cdot 293 K} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}}{\frac{9,86 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2} \cdot 10^3 m^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}}{8,31 \text{ J mol}^{-1} K^{-1} \cdot 293 K} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} + 981 N + 3924 N} \approx 7930 N$$

Błędny wzór na przyspieszenie podany przez Autora wynika z niepoprawnie zapisanej II zasady dynamiki dla ruchu balonu. Doprowadziło to w konsekwencji do mniejszej wartości przyspieszenia  $a$  i siły napinającej liny  $F$ . Wartość siły  $F$  (J. Ostrowski, *Olimpiady Fizyczne V i VI*, str. 116, wzór 9) jest zaniżona w przybliżeniu o  $570 N$ .

<sup>1)</sup> Janusz Ostrowski, *Olimpiady Fizyczne V i VI*, PZWS, s. 113 - 118.

Wiesław Piasko